

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

**1.a)**  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; A^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = A \Rightarrow A \in P; B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}; B^t = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -B \Rightarrow B \in Q.$

**b)** Fie  $A, B \in Q \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}. AB = \begin{pmatrix} -ab & 0 \\ 0 & -ab \end{pmatrix} = (AB)^t \Rightarrow AB \in P.$

**c)**  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; X^t = -X \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a & -b \\ -c & -d \end{pmatrix} \Rightarrow a = d = 0; c = -b. X = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}; \det(X) = b^2 \geq 0.$

**2a)**  $f'(x) = 3x^2 + 4x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f$  este strict crescătoare.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, f$  este continuă deci are P.D.  $\Rightarrow f(x) = 0$  are o unică soluție reală.

**b)**  $\hat{f}\left(\hat{0}\right) = \hat{1}, \hat{f}\left(\hat{1}\right) = \hat{1}$

**c)** Dacă  $f = gh, \text{grad}(h) \geq 1, \text{grad}(h) \geq 1 \Rightarrow \hat{f} = \hat{g} \cdot \hat{h}$ , deci  $\hat{f}$  este reductibil, contradicție.